

## Abstract

One of the objectives of auditing is to estimate or delimit the monetary error present in an accounting population. In general, accounting populations have low error rates and high asymmetry; for this reason, the classical methods based on a normal approximation are not adequate. As an alternative, other techniques have been developed such as the Dollar Unit Sampling (DUS), Bayesian techniques, and, more recently, techniques based on resampling. The aim of this paper is to research by simulation if the bootstrap method, a resampling technique, is or is not adequate for the goals of auditing. To do that, we compare the behavior of ratio-bootstrap with the classic ratio calculator and work with simulated accounting populations containing diverse error rates.

**Keywords:** bootstrap, DUS, monetary error, materiality

## Resumen

Uno de los objetivos de la auditoría es estimar o acotar el error monetario presente en una población contable. Las poblaciones contables se caracterizan, en general, por una baja tasa de error y una alta asimetría, por lo que los métodos clásicos basados en la aproximación normal no resultan adecuados. Como alternativa a éstos podemos destacar el muestreo de unidades monetarias (DUS), técnicas bayesianas y, más recientemente, técnicas de remuestreo. El objetivo de este trabajo es investigar mediante simulación si el método boots-trap, como técnica de remuestreo, es adecuado o no para el objetivo de Auditoría. Para ello comparamos el comportamiento del estimador ratio-bootstrap con el estimador clásico del ratio y la cota de Stringer, trabajando con poblaciones contables simuladas con diversas tasas de error.

**Palabras clave:** bootstrap, DUS, error monetario, materialidad, MUEL, UEL.

Salvador Méndez Martínez\*  
Roberto Escuder Valles\*\*  
Cecilio Mar Molinero\*\*\*

# Una aplicación de los métodos de remuestreo a la auditoría de estados financieros <sup>1</sup>

## 1. Introducción

La aplicación de la Metodología Estadística en el campo de la Auditoría Financiera se ha convertido en algo habitual, pues permite a los auditores cuantificar riesgos y, en consecuencia, llegar a conclusiones, plasmadas en el informe de auditoría, con una medida de fiabilidad estadística. Existen muchas propuestas en cuanto a métodos de muestreo y estimadores para poblaciones contables, que intentan salvar la particular problemática que la información cuantitativa contable plantea y que hace que deban desestimarse técnicas de inferencia que en otras áreas de estudio son eficaces.

El objetivo del auditor se centra en investigar si existen diferencias significativas entre los estados financieros de la empresa y su realidad económico-patrimonial. Para ello se parte del concepto de materialidad, que puede definirse como el importe máximo del error monetario en que podría incurrir los estados financieros de la entidad auditada, y que a juicio de una persona razonable no cambiaría sustancialmente su interpretación (SAS, nº 47).

La estimación del error monetario, es decir, la suma de las diferencias que pudieran existir entre los valores contables registrados y los reales, es lo que el auditor comparara posteriormente con la materialidad.

Las poblaciones contables se caracterizan fundamentalmente por una elevada asimetría por la derecha y bajas tasas de error. Son numerosos los trabajos publicados cuyo objetivo es la investigación de las poblaciones contables (Ham, J. 1985; Johnson, J., 1981; Ramage, J., 1979; Meter, J, 1985). La aplicación de los métodos estadísticos clásicos basados en la hipótesis de normalidad queda restringida a casos muy particulares debido a estas peculiaridades (Arkin, 1980). Por ello se han propiciado en este campo otros procedimientos como los basados en métodos bayesianos, DUS, etc. (Vlenezficke and Smieliauskas, 1984; Godfrey and Meter, 1984; Dworin and Grimlund, 1984-86; Tsui, Matsumura and Tsui, 1985; Burgstahler, 1990).

El objetivo de este trabajo es analizar mediante simulación la fiabilidad del estimador del ratio obtenido por muestreo de unidades monetarias (DUS), y si se mejora o no su fiabilidad aplicando la metodología bootstrap (Leger, 1992; Efron, 1993).

En el muestreo de unidades monetarias (Anderson and Teitlebaum, 1973; Leslie, 1980), la selección de la muestra se realiza en función de los importes monetarios, por lo que la unidad física (documento) pasa a un segundo término. De esta forma se pretende que cada documento tenga una probabilidad de ser seleccionado aproximadamente proporcional a su importe. En consecuencia, aquellos documentos o transacciones cuyo valor en libros sea mas alto tendrán mayor probabilidad de ser seleccionados, a diferencia del muestreo aleatorio simple aplicado a documentos en el que cada documento tiene la misma probabilidad de selección.

La población a investigar esta constituida por un número de unidades monetarias (ptas., ...), cuya suma equivale al importe monetario total contabilizado de la cuenta que se revisa (clientes, inventario, ...). En la tabla 1 se detallan las variables y parámetros que caracterizan a toda población contable.

En la práctica real de la auditoria el parámetro a estimar o, más bien, a acotar, es el error monetario D. Puesto que trabajamos con poblaciones simuladas esto nos permite comparar los resultados obtenidos por los estimadores aplicados con el verdadero valor del error (D). De esta forma podemos establecer, desde la perspectiva empírica, la fiabilidad de los procedimientos utilizados.

Variables	Parámetros
$Y_i \rightarrow$ valor auditado del ítem i	$Y = \sum_{i=1}^N Y_i \rightarrow$ valor total auditado
$X_i \rightarrow$ valor registrado del ítem i	$V = \sum_{i=1}^N X_i \rightarrow$ valor total registrado
$D_i \rightarrow$ error monetario del ítem i ( $D_i = X_i - Y_i$ )	$D = \sum_{i=1}^N D_i \rightarrow$ error monetario total
$t_i \rightarrow$ tasa de contagio $t_i = \frac{X_i - Y_i}{X_i} = \frac{D_i}{X_i}$	$X' =$ valor registrado de los ítems con error

Tabla 1. Caracterización población contable.

[5] Una aplicación a los métodos de remuestreo a la auditoria de estados financieros. Salvador Méndez, Roberto Escuder, Cecilio Mar Molinero

## 2. Estimación del error monetario en poblaciones contables. Las técnicas de remuestreo como alternativa

Más que una estimación puntual del parámetro  $D$ , interesa una acotación superior del mismo, para compararla con el nivel de materialidad establecido ( $MUEL^2$ ). En este sentido, la cota de Stringer (Stringer, 1963) cumple con este objetivo. Ahora bien, los niveles de confianza producidos, tal y como han corroborado los numerosos estudios al respecto (Bickel, 1992; Clayton, 1994), están muy por encima de los planificados, es decir, se trata de un estimador muy conservador. La cota de Stringer es aplicable cuando la tasa de error esperada es baja. Esto supone que el hecho de encontrar algún documento erróneo en la muestra es un suceso raro. Por esta razón esta cota se diseña basándose en la distribución de Poisson (Anderson and Teitlebaum, 1973).

La obtención de una cota superior para el error mediante los estimadores "clásicos" implica la construcción de un intervalo de confianza unilateral por la derecha, asumiendo, portante, la aproximación normal. Frosty Jamura (1986), entre otros, investigaron la fiabilidad de los intervalos de confianza construidos a partir de los estimadores de la razón y la diferencia, llegando a establecer su poca fiabilidad debido a la elevada asimetría de las distribuciones muestrales.

Dentro de las técnicas remuestreo, el bootstrap puede ser una alternativa para la acotación del error en auditoría (Biddle, 1990; Clayton, H., 1994). Su aplicación es aconsejable en aquellos casos en los que no se conoce la distribución de la población y no puede asumirse la hipótesis de normalidad, como es el caso de las poblaciones contables. Una de las grandes ventajas del bootstrap es que prescinde desde el principio de cualquier hipótesis acerca de la distribución, ya que es el propio método el que genera una distribución empírica ( $F^*$ ) del estimador, a partir de la cual se obtienen los intervalos de confianza. Básicamente, el bootstrap supone extraer un determinado número de muestras ( $B$ ) mediante muestreo aleatorio con reemplazamiento de la muestra inicial.

Sobre cada una de estas muestras se aplica el estimador de interés ( $\hat{\theta}$ ), obteniéndose de esta forma  $B$  estimaciones de parámetro a estimar ( $\theta$ ) (Efron, 1993). Con estas estimaciones se construye la distribución empírica del estimador, con la que se obtendrán los intervalos de confianza. Existen distintas propuestas para el cálculo de los intervalos. El método que hemos utilizado en nuestra simulación es el método del percentil. Este método se basa en los percentiles de la distribución empírica ( $F^*$ ). Asumiendo ésta como una buena aproximación a la distribución del estimador en cuestión, podemos obtener fácilmente un intervalo de confianza para el parámetro mediante los percentiles.

Consiste en calcular los percentiles correspondientes a los dos extremos del intervalo directamente sobre la distribución empírica producida por las B estimaciones bootstrap. Supongamos que deseamos obtener un intervalo de confianza (Linf, Lsup) con un nivel de confianza de  $(1-\alpha)$  para el parámetro a estimar.

$$P(\theta \in [L_{\text{inf}}, L_{\text{sup}}]) = 1 - \alpha$$

Por este método, los extremos del intervalo de confianza se obtendrán de la siguiente forma:

$$L_{\text{inf}} = 100.(\alpha/2) \text{ percentil de } F^*$$

$$L_{\text{sup}} = 100.(1-\alpha/2) \text{ percentil de } F^*$$

El extremo izquierdo se corresponde con el percentil  $100.(\alpha/2)$  de la distribución empírica, y el extremo derecho con el percentil  $100.(1-\alpha/2)$ .

### 3. Estudio de simulación. Diseño.

En este estudio comparamos mediante simulación el comportamiento de dos estimadores: el estimador del ratio y el estimador del ratio bajo remuestreo. Para ello nos hemos basado en los cuatro modelos para poblaciones contables establecidos por Neter y Loebbecke (1975).

En base a estos cuatro modelos y considerando 13 tasas de error, hemos simulado 52 poblaciones contables. Los valores registrados han sido simulados a partir de las distribuciones que se establecen en el trabajo de Neter para los cuatro modelos. En cuanto a la simulación del error, éste se ha obtenido en dos fases. En una primera fase se han seleccionado de forma aleatoria los documentos que van a contener un error monetario, en una segunda fase se ha procedido a su cuantificación, mediante la asignación de la cuantía monetaria de error a cada uno de los documentos seleccionados en la primera fase. El error monetario se ha obtenido a partir de las tasas de contagio, generando éstas con una distribución uniforme  $U(0,1)$ , para posteriormente obtener la cuantía del error mediante el producto del valor registrado por su tasa de contagio. Las 13 tasas de error consideradas son, por una lado el 1, 3 y 5%, tasas que son bajas y por tanto frecuentes en auditoría, y, por otro, el 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100%, tasas que sólo en casos muy particulares se darán en la realidad. La inclusión de éstas últimas tiene por objeto analizar hasta que punto la tasa de error afecta a la fiabilidad de los estimadores propuestos. Hemos calculado también la cota de Stringer, pero aplicándola exclusivamente a las poblaciones con errores del 1 al 5%, puesto que es una cota diseñada para ser utilizada cuando la tasa de error esperada es baja. De esta forma se obtienen las 52 poblaciones (4 modelos x 13 tasas de error).

Sobre cada una de ellas se han extraído 500 muestras DUS de tamaño 100, sobre las que se han aplicado los estimadores citados. A su vez, la aplicación del bootstrap ha supuesto replicar cada una de ellas mil veces (B=1000), extrayendo, por tanto, 26 millones de muestras bootstrap (4 modelos x 13 tasas de error x 500 muestras DUS x 1000 replicaciones).

Al auditor le interesa no una estimación puntual del error sino una acotación superior con una confianza determinada, que en nuestro trabajo fijamos en un 95%. En el caso de la cota del ratio se ha obtenido por un intervalo de confianza unilateral por la derecha. Se ha asumido normalidad, hipótesis muy discutible por las razones ya expuestas. Ahora bien, nuestro objetivo precisamente se centra en investigar si ese esperado mal comportamiento de la cota del ratio es mejorado por la aplicación del bootstrap. En cuanto a la cota de Stringer, corroboramos su carácter conservador, es decir, la fiabilidad real supera a la planificada.

En cuanto al estimador puntual del ratio, se ha estudiado también el sesgo, desde una perspectiva empírica, que puede presentar en poblaciones contables, analizando como el tipo de población y la tasa de error influyen en esta característica. Para ello se ha calculado un indicador de sesgo relativo, obtenido como el cociente entre la media de las 500 estimaciones puntuales correspondientes a las 500 muestras para cada población de prueba y el verdadero valor del parámetro (D). La tabla 2 muestra las expresiones de las tres cotas calculadas, así como el número de estimaciones obtenidas por cada una y las poblaciones sobre las que se han aplicado en función de la tasa de error.

Cota de Stringer (6000 estimaciones)	$MUEL_{STRINGER} = J \left[ \lambda_0 + \sum_{i=1}^K (\lambda_i - \lambda_{i-1}) t_i \right]$	Poblaciones con tasa de error del 1, 3 y 5%
Cota del ratio (26000 estimaciones)	$MUEL_{RATIO} = V \cdot \hat{p} + \frac{N \cdot 1,64 \cdot \hat{S}}{\sqrt{n}}$ $\hat{S} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (D_k - X_k \cdot r)^2}{n-1}} =$ $\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n D_k^2 + r^2 \sum_{k=1}^n X_k^2 - 2r^2 \sum_{k=1}^n X_k D_k}{n-1}}$ $\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$	Todas las poblaciones
Cota Ratio-bootstrap (26000 estimaciones)	Percentil -95 (F*)	Todas las poblaciones

Tabla 2.

De la cota de Stringer se han obtenido 6000 estimaciones (4 modelos x 3 tasas de error x 500 muestras). De las otras dos se han obtenido 26000 estimaciones por cada una (4 modelos x 13 tasas de error x 500 muestras). El análisis realizado ha consistido en comparar el nivel de confianza nominal (95%) con el nivel de confianza realmente conseguido. Este último se obtiene como el porcentaje de estimaciones que se encuentran por encima del valor real del error, analizando la sensibilidad de este indicador con respecto al tipo de población y tasa de error. Por ejemplo, si una cota calculada con un nivel de confianza inicial del 95% produce una confianza real del 60%, significa que sólo el 60% de las cotas estimadas contienen el verdadero valor del error.

#### **4. Estudio de simulación. Resultados**

Los resultados obtenidos los presentamos en dos apartados: por un lado los referentes a las poblaciones con tasas de error del 1 al 5% y por otro los correspondientes a las poblaciones con tasas del 10 al 100%.

##### **4.1 Poblaciones con tasas de error del 1 al 5%**

La tabla 3 muestra la confianza real producida por las tres cotas en las poblaciones con tasas de error del 1 al 5%. Como era de esperar, la cota de Stringer se muestra como un estimador muy conservador, dado que el 100% de las estimaciones contienen el error poblacional. Con respecto a las estimaciones de la cota superior producidas por el ratio, puede observarse como la confianza nominal, excepto para el modelo 3, está por debajo de la planificada (95%) para estas poblaciones, observándose además una tendencia al alza conforme aumenta la tasa de error. La aplicación del bootstrap no resuelve este problema, pues puede verse claramente como en todos los casos estudiados, la confianza producida por la cota BST es inferior a la del ratio. En cuanto a los particulares resultados de las poblaciones derivadas del modelo 3, son debidos al propio diseño muestral, que otorga una alta probabilidad de selección a aquellos documentos cuyo valor registrado esté próximo al intervalo de muestreo. Esta es la causa, de forma muy esquemática, por la que el modelo 3 presenta resultados significativamente distintos del resto.

Resumiendo, la aplicación del bootstrap (en poblaciones con bajas tasas de error) sobre el estimador del ratio no mejora la estimación, desde el punto de vista de la fiabilidad, que se obtiene sin remuestreo. Además, como puede observarse en la tabla, el tipo de población así como la tasa de error influyen de forma decisiva en la fiabilidad real. Asimismo, la aplicación de la cota de Stringer debe hacerse con reservas, en el sentido siguiente: si la estimación de la cota es inferior a la materialidad establecida, el auditor puede concluir con un riesgo p mínimo que la población no es material, ahora bien, si la cota estimada supera la materialidad, habrá que realizar pruebas complementarias que permitan minimizar y controlar el riesgo a.

[9] Una aplicación a los métodos de remuestreo a la auditoría de estados financieros. Salvador Méndez, Roberto Escuder, Cecilio Mar Molinero

A esto hay que añadirle menor dispersión relativa, y por tanto mayor estabilidad, que presenta la cota de Stringer con respecto a las otras dos.

<i>Modelo de Población</i>	<i>Tasa de Error</i>	<i>Cota del Ratio</i>	<i>Cota BST</i>	<i>Cota de Stringer</i>
1	1%	46,00%	24,80%	100%
	3%	76,40%	56,40%	100%
	5%	81,40%	61,40%	100%
2	1%	53,20%	51,90%	100%
	3%	85,40%	83,60%	100%
	5%	95,20%	85,60%	100%
3	1%	98,20%	95,00%	100%
	3%	99,20%	45,80%	100%
	5%	99,20%	62,60%	100%
4	1%	61,60%	59,80%	100%
	3%	93,80%	79,60%	100%
	5%	97,80%	87,60%	100%

Tabla 3.

Debe considerarse también el sesgo que caracteriza al estimador puntual del error del ratio en poblaciones como las estudiadas (bajas tasas de error). Esta particularidad la hemos podido comprobar empíricamente por medio del indicador de sesgo relativo. Obviamente, esta circunstancia invalida la aplicación de este estimador en poblaciones de este tipo. El bootstrap sobre el ratio no supera este obstáculo. A continuación realizamos el mismo análisis en poblaciones con altas tasas de error.

#### **4.2 Poblaciones con tasas de error del 10 al 100%**

Los resultados son significativamente distintos al apartado anterior. La confianza real producida por la cota del ratio en todas las poblaciones generadas con tasas de error mayores al 10% es del 100%. En cambio, la aplicación del bootstrap produce unos niveles de confianza que en muchos casos fluctúan entre el 95 y el 100%, como puede observarse en la tabla 4. Este resultado nos lleva a pensar que el remuestreo, con tasas de error elevadas y bajo muestreo de unidades monetarias podría ser efectivo.

En cuanto al sesgo relativo del estimador puntual del error por el ratio hemos comprobado su decrecimiento conforme aumenta la tasa de error, observando como a partir de una tasa del 50% tiende a la unidad, lo cual es indicativo de un mínimo sesgo con altas tasas de error (gráfico 1). A esto hay que añadir que en estas poblaciones sí puede asumirse normalidad para la distribución del estimador del ratio en la mayoría de los casos, dados los resultados obtenidos por la aplicación de la prueba de Kolmogorov a las estimaciones obtenidas.

Niveles de confianza producidos por la cota BST

Tasa de error	Modelo generador			
	1	2	3	4
10%	100,00%	84,60%	52,80%	87,40%
20%	100,00%	93,20%	60,40%	97,00%
30%	100,00%	95,00%	57,60%	98,20%
40%	100,00%	97,80%	62,60%	93,20%
50%	100,00%	82,00%	93,20%	100,00%
60%	91,60%	100,00%	94,00%	97,40%
70%	89,00%	100,00%	99,20%	100,00%
80%	93,40%	100,00%	100,00%	94,80%
90%	99,40%	99,80%	100,00%	99,40%
100%	100,00%	100,00%	100,00%	99,60%

Tabla 4.

A la vista de los resultados, la cota del ratio, tal y como se ha calculado, resulta inadecuada para su aplicación en poblaciones contables bajo las características poblacionales establecidas y el diseño muestral aplicado. En cambio, la cota BST presenta un comportamiento notablemente mejor, dado que, excepto para las poblaciones de prueba del modelo 3, el resto produce unos niveles de confianza reales oscilantes alrededor el valor nominal (95%), salvo en algunas poblaciones cuyo nivel real es del 100%.

Concluyendo, la aplicación de la metodología bootstrap para la obtención de una cota superior, por el método del percentil, podría ser efectiva y fiable en determinadas circunstancias. Así, por ejemplo, en poblaciones con características similares al modelo 3 no es aconsejable su aplicación cuando la tasa de error esperada sea menor al 50%.

### 4.3 Cota del ratio con varianza bootstrap

La cota BST calculada en todas las poblaciones de prueba para todas las tasas de error ha sido obtenida por el método del percentil. La gran ventaja del percentil reside en que no es necesario conocer la distribución de probabilidad del estimador. Para las poblaciones de prueba con tasas de error entre el 1 y el 5%, el contraste de Kolmogorov aplicado a las estimaciones del error monetario por el ratio ha evidenciado claramente que no puede asumirse normalidad, pero, en cambio, para las poblaciones con tasas de error mayores, sí que podría asumirse en la mayoría de los casos para un nivel de significación del 1%. Esto implica que podamos asignarle cierta validez a la cota obtenida asumiendo una distribución normal para el estimador. Ahora bien, como hemos podido comprobar, la cota del ratio produce unas confianzas reales (para las poblaciones con tasas del 10 al 100%) del 100% en todos los casos menos uno, para una confianza nominal del 95%.

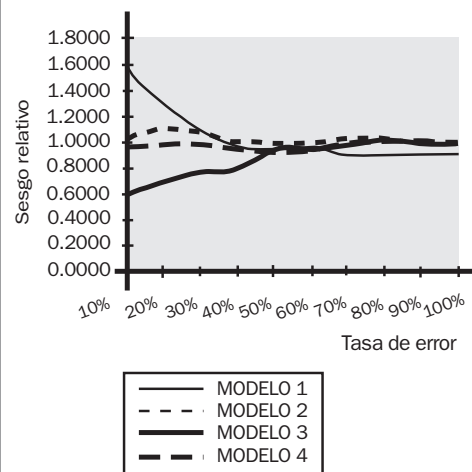


Gráfico 1. Sesgo relativo de la tasa de error.



Puesto que, en base a los resultados de la simulación, puede asumirse que el sesgo del estimador es muy bajo en la mayor parte de poblaciones de prueba, la principal causa de los elevados niveles de confianza producidos radica en la sobreestimación que se produce de la varianza del estimador a partir de la muestra. Ante esta situación, es decir, la posibilidad de poder admitir normalidad en ciertas poblaciones, y, por contra, la dificultad de obtener una buena aproximación a la varianza del estimador bajo muestreo de unidades monetarias (DUS), el bootstrap plantea una solución, puesto que nos proporciona una alternativa para estimar la varianza de un estimador. Concretamente, el cálculo de la desviación se realiza a partir de las estimaciones obtenidas de las B muestras bootstrap, en nuestro caso 1000 por cada muestra de origen. La varianza para el estimador sería la que corresponde a la distribución empírica producida por las 1000 estimaciones bootstrap. Con esta varianza estimada hemos obtenido de nuevo la cota del ratio en todas las poblaciones, llegando a resultados muy concluyentes, puesto que los niveles de confianza producidos (tabla 5) van parejos a los obtenidos por el método del percentil.

**Nivel de confianza real producido por la cota del ratio (con Varianza bootstrap)**

Tasa de error	Modelo generador			
	1	2	3	4
10%	100.00%	84.00%	39.00%	87.20%
20%	100.00%	93.20%	56.00%	95.60%
30%	100.00%	92.20%	56.40%	97.60%
40%	100.00%	96.20%	60.20%	92.80%
50%	99.60%	81.00%	91.60%	100.00%
60%	89.60%	100.00%	93.40%	97.20%
70%	85.20%	100.00%	98.80%	100.00%
80%	88.20%	100.00%	100.00%	94.60%
90%	96.00%	100.00%	100.00%	99.60%
100%	98.00%	100.00%	100.00%	99.80%

Tabla 5.

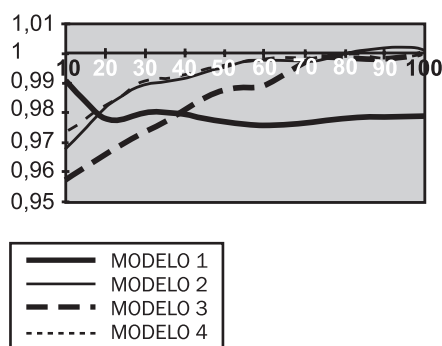


Gráfico 2. Razón cota BST-percentil/cota ratio (varianza bootstrap)

El gráfico 2 evidencia como el cociente entre estas dos cotas tiende a la unidad con el incremento de la tasa de error. Este resultado es muy concluyente, puesto que en situaciones donde la tasa de error esperada sea alta y el método de muestreo utilizado sea el DUS, podría utilizarse el estimador del ratio incorporando la varianza bootstrap.

## 5. Conclusiones

En lo que se refiere a poblaciones con bajas tasas de error (del 1 al 5%) pueden establecerse la siguientes conclusiones:

- El estimador puntual del error monetario por el método del ratio resulta totalmente inadecuado, pues presenta, en la mayor parte de poblaciones de prueba, un sesgo hacia la izquierda importante, dando lugar a estimaciones

por debajo del valor real del parámetro. Los valores estimados para el sesgo relativo presentan diferencias claras en función del tipo de población y tasa de error. El sesgo disminuye conforme aumenta la tasa de error. Con respecto al tipo de población, las diferencias encontradas sugieren que la investigación de las poblaciones contables, en cuanto a establecer patrones de comportamiento que las caractericen en cada caso, debe potenciarse, puesto que se presenta como un factor a considerar que afecta al comportamiento de los estimadores.

- La confianza real producida por la cota ratio-bootstrap es inferior a la producida por el ratio. Si consideramos que la estimación puntual bootstrap es similar a la estimación puntual por el ratio, esto implica que el sesgo original se mantiene al aplicar el bootstrap, por lo que la reducción de la confianza real es debida a la reducción de la varianza del estimador. A pesar de que la aplicación de esta técnica no produce una estimación de una cota para el error con mayor fiabilidad, si que es cierto que, desde un punto de vista estadístico, hay que valorar positivamente la reducción que produce en la dispersión.

En cuanto a poblaciones con tasas de error superiores al 5%, los resultados cambian:

- El estimador puntual para el error por el ratio presenta un sesgo mínimo en todas las poblaciones de prueba obtenidas a partir de los modelos generadores dos y cuatro. En cambio, no puede decirse lo mismo de las generadas a partir de los modelos 1 y 3. Esto nos confirma de nuevo la necesidad de investigar las características de las poblaciones en auditoría y la forma en que éstas afectan a las características de los estimadores aplicados. A pesar de esto, es positivo el hecho que, bajo DUS, el estimador del ratio tenga un sesgo prácticamente nulo en la mayoría de las poblaciones simuladas.

- En cuanto a la cota superior por el ratio, produce una confianza real del 100% en todas las poblaciones estudiadas excepto en una. La principal causa es la sobreestimación de la varianza. La aplicación del bootstrap reduce esta confianza real llevándola en muchas poblaciones a valores que oscilan alrededor de la confianza nominal (95%). Este resultado es indicativo de que la metodología bootstrap puede ser realmente útil para el establecimiento de una cota superior para el error. Pero, al igual que en el caso anterior, el tipo de población y la tasa de error son factores determinantes en su fiabilidad.

- Hemos podido comprobar que para el estimador del ratio, bajo DUS y altas tasas de error, podría asumirse normalidad. Bajo esta hipótesis, el bootstrap resuelve el problema de la estimación de la varianza. Curiosamente, los niveles de confianza reales generados por las dos cotas, una por el método

del percentil y la otra asumiendo la hipótesis de normalidad e incorporando la varianza bootstrap, son muy similares, dado que las dos cotas producen resultados casi idénticos en todos los casos. Portante, en aquellos casos en que pueda aceptarse normalidad, si por el diseño muestral u otras causas resulta complicada la estimación de la varianza del estimador, el bootstrap se presenta como una alternativa para la estimación de dicha dispersión.

## Referencias

- American Institute of Certified Public Accountants (AICPA) (1984) "Statement on Auditing Standards (SAS) N° 47". *Audit Risk and Materiality in Conducting an Audit*.
- Anderson, R. and Teitlebaum A.D. (1973) "Dollar-Unit Sampling. A Solution the Audit Sampling Dilemma", *Canadian Chartered Accountant*, 39-40.
- Arkin, H. (1974) *Handbook of Sampling for Auditing and Accounting*. Macgraw Hill, New York.
- Bickel, P. J. (1992) "Inference and Auditing". *International Statistical Review*, 60, 197-209.
- Biddle, G. C., Bruton, C.M., and Slegel, A.F. (1990) "Computer-Intensive Methods in Auditing: Bootstrap Difference and Ratio Estimation". *Auditing: A Journal of Practice & Theory*, 9, 92-114.
- Burgstahler, D., Jambalvo, J. (1986) "Sample Error Characteristics and Projection of Error to Audit Populations". *The Accounting Review*, Vol. LXI, No. 2, 233-248.
- Clayton H.R. (1994) "A Combined Bound for Errors in Auditing Based on Hoeffding's Inequality and the Bootstrap". *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 12 No. 4, 437-448.
- Dowrin, L; Grimlund, R.A. (1984) "Dollar Unit Sampling for Accounts Receivable and Inventory". *The Accounting Review*, 59, 218-241.
- Dowrin, L; Grimlund, R.A. (1986) "A Comprehensive Hypothesis Testing Approach to Dollar Unit Sampling". *Working Paper, University of Iowa*.
- Efron, B.; Tibshirani, R.J. (1993) *An Introduction To the Bootstrap*. Chapman & Hall, New York.
- Frost, P.A. and Jamura, H. (1986) "Accuracy of Auxiliary Information Interval Estimation in Statistical Auditing". *Journal of Accounting Research*, Vol. 20 No. 1, 103-120.
- Godfrey, J. and Netter, J. (1984) "Bayesian Bounds for Monetary Unit Sampling in Accounting and Auditing". *Journal of Accounting Research* Vol. 22 No. 2, 497-525.
- Ham, J., Loseell, D. Y Smieliauskas, W. (1985) "An Empirical Study of Error Characteristics in Accounting Populations". *The Accounting Review*, 387-406.
- Johnson, J., Leitch, R. A. y Neter, N. (1981) "Characteristics of Errors in Accounts Receivable and Inventory Audits". *The Accounting Review*, Abril, 270-293.
- Leger, C., Politis, D., Romano, J. (1992) "Bootstrap Technology and Applications". *Technometrics*, Vol. 34, No. 4, 378-397.

- Leslie, D., Teitlebaum, A., Anderson, R. (1980) "Dollar-Unit Sampling". *A Practical Guide for Auditors*. Pitman P. L., Londres.
- Menzefricke, U. and W. Smieliauskas, (1984) "A Simulation Study of the Performance of Parametric Dollar Unit Sampling Statistical Procedures". *Journal of Accounting Research*, Autumn, 588-604
- Neter, J. and Loebbecke J.K. (1975) "Behavior of Major Statistical Estimators in Sampling Accounting Populations- an Empirical Study. (AICPA)".
- Neter, J.; Johnson, J.; Leitch, R.A. (1985) "Characteristics of Dollar Unit Taints and Error Rates in Accounts Receivable and Inventory". *The Accounting Review*. Vol. 60, 488-499.
- Ramage J., Krieger A., Spero L. (1979) "An Empirical Study of Error Characteristics in Audit Populations". *Journal of Accounting Research*, Vol. 17, Suplemento, 72-102.
- Stringer, K.W. (1963) "Practical Aspects of Statistical Sampling in Auditing, in *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section (American Statistical Association)*", 405-411 .
- Tsui, K.W., E.M. Matsumura, and Tsui, K. (1985) "Multinomial-Dirichlet Bounds for Dollar-Unit Sampling in Auditing". *The Accounting Review*, January, 76-96.