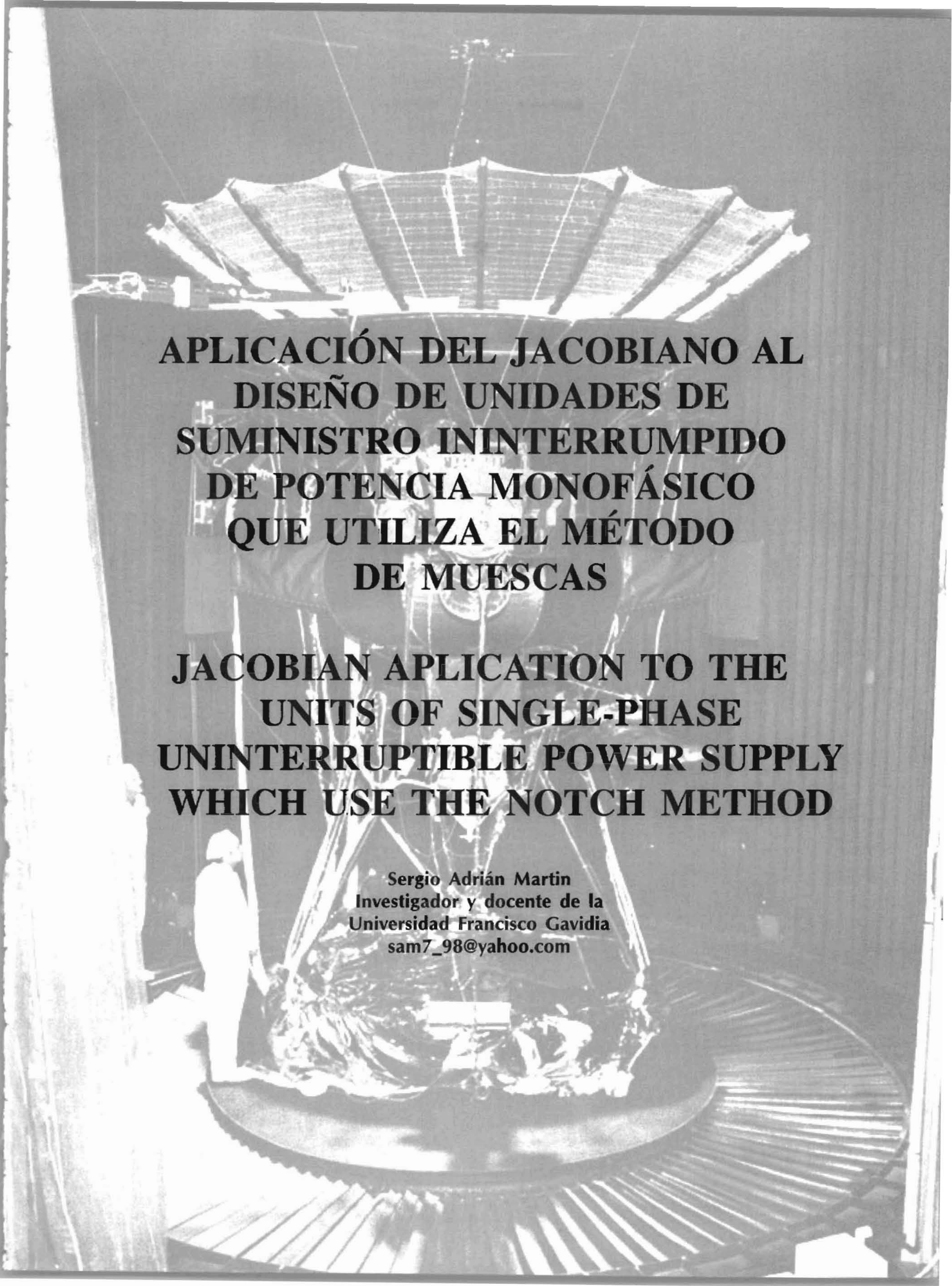


APLICACIÓN DEL JACOBIANO AL DISEÑO DE UNIDADES DE SUMINISTRO ININTERRUMPIDO DE POTENCIA MONOFÁSICO QUE UTILIZA EL MÉTODO DE MUESCAS

JACOBIAN APLICATION TO THE UNITS OF SINGLE-PHASE UNINTERRUPTIBLE POWER SUPPLY WHICH USE THE NOTCH METHOD

Sergio Adrián Martin
Investigador y docente de la
Universidad Francisco Gavidia
sam7_98@yahoo.com

REALIDAD Y REFLEXIÓN
Reality and Reflection
16

APLICACIÓN DEL JACOBIANO AL DISEÑO DE UNIDADES DE SUMINISTRO ININTERRUMPIDO DE POTENCIA MONOFÁSICO QUE UTILIZA EL MÉTODO DE MUESCAS

JACOBIAN APLICATION TO THE UNITS OF SINGLE-PHASE UNINTERRUPTIBLE POWER SUPPLY WHICH USE THE NOTCH METHOD

Sergio Adrián Martin
Investigador y docente de la
Universidad Francisco Gavidia
sam7_98@yahoo.com

The author gives reasoning about the UPS (Uninterruptible Power Supply) design, what the troublesome mathematician implies, and the way how some tools can be applied to solve it. Different devices have been used, for example, it has also been common to use a gasoline or diesel electric plant in case of electrical failure, but since the use of computers, this has not been enough because if the electrical source fails, even for seconds, we could lose valuable information or spoil the machine completely. The purpose of using an UPS has been to convert the stored energy into a battery of alternating current which can be used by a computer, and when the electric source is restored, it can recharge from the direct current. THE NOTCH METHOD.

I. INTRODUCCIÓN

Durante mucho tiempo se han usado dispositivos diversos para suministrar potencia en caso de falla en el suministro normal de la corriente eléctrica. Lo típico ha sido recurrir al uso de plantas eléctricas, pero desde el advenimiento del uso de las computadoras esto no ha sido suficiente. El problema radica en que en el caso de una computadora, de perderse el suministro aun por unos pocos milisegundos, se puede dañar la máquina o en el mejor de los casos perderse información valiosa.

De ahí, que durante mucho tiempo, se haya recurrido al uso de UPS, o SAI por sus siglas en español. El propósito de éstos ha sido el de convertir la energía almacenada en una batería en corriente alterna que pueda usar una computadora, al menos durante un corto periodo de tiempo, y cuando se restableciera el suministro, recargar la batería tomando energía del suministro normal.

Sin embargo, un problema evidente, es que obtener una generación de una señal sinusoidal de gran potencia en la práctica no es tan fácil. La mayoría de los generadores sinusoidales generan señales de poca potencia, y el consumo interno de potencia de d.c. es tan grande como la señal de alterna generada. Una forma simple de solucionar este problema es recurrir a un generador de pulsos, que dé origen a una señal cuadrada en lugar de una sinusoidal, la cual puede ser perfectamente admisible y tratada por la fuente de potencia de la computadora.

Aun así, el problema se complica, puesto que una señal de potencia cuadrada, es altamente rica en armónicos, de los cuales muchos no serán aprovechados en los circuitos de potencia de la computadora, y otros pueden dar origen a señales de alta frecuencia que interfieran con los dispositivos inmediatos al UPS.

II. PROCESOS DE CONFORMACIÓN O FILTRADO

Una primera aproximación a resolver este tipo de problema sería simplemente la de buscar la eliminación de los armónicos de la onda fundamental, especialmente la de los armónicos de frecuencias más cercanas a la fundamental. La razón se vuelve obvia cuando se hace un análisis de Fourier de cualquiera de estas señales: Los armónicos que portan más potencia son los más cercanos a la frecuencia de la señal fundamental.

Para eliminar los armónicos en una señal periódica se suele recurrir al uso de filtros. Estos son arreglos de elementos diseñados de tal forma que reducen o eliminan señales de ciertas frecuencias pero dejan en cambio pasar otras.

El uso de filtros está ampliamente extendido en el sector telecomunicaciones, pero en el caso de las señales de potencia no es lo mismo, en parte porque muchos filtros no se diseñan para soportar altos niveles de potencia, y en parte porque para grandes señales, y sobre líneas de transmisión se pueden producir efectos de reflexión de señales, interferencias y otros efectos indeseables.

Aun en el caso de que un filtro no presentase ningún inconveniente al momento de eliminar los armónicos, o en el caso de recurrir a un elemento activo para conformar la señal a una forma lo más cercana posible a una señal sinusoidal, es un hecho que las armónicas en sí mismas generadas representan una parte de la potencia de la señal original generada, si simplemente se eliminan significa que una parte de la potencia se está disipando sin contribuir en nada al mejor funcionamiento de la carga.

Por lo anterior, se hace obvio que se requiere de otra técnica que aunque no produzca una forma sinusoidal pura, produzca una señal que teniendo bordes cuadrados contenga un mínimo de armónicas de la frecuencia fundamental, y que de preferencia las componentes de las armónicas más cercanas a la frecuencia fundamental sean nulas.

III. PRIMERA APROXIMACIÓN: LA ELIMINACIÓN DE LAS ARMÓNICAS PARES

Este es un aspecto relativamente simple del proceso de la manipulación de una señal rectangular. Cuando se genera una señal de cualquier forma que cumpla el siguiente principio matemático

$$f(t) = -f(t+T/2) \qquad \text{Ec. 1}$$

Donde T corresponde al periodo de la señal fundamental.

Cuando esto se cumple, al calcular cualquier armónica de orden para ésta resultará nula. De hecho una forma de onda cuadrada de doble polaridad con ciclo de trabajo del 50% cumple con esta característica, por lo tanto no estará presente ninguna armónica par.

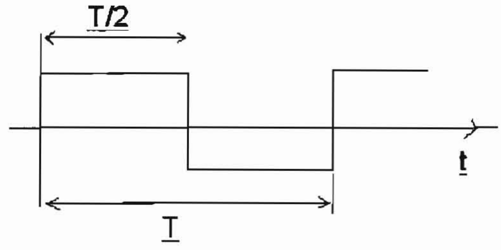


Figura 1

A partir de este momento sólo habrá que preocuparse por las armónicas impares, de las cuales, su máxima amplitud será inversamente proporcional al número a que corresponde cada armónica en sí.

IV. SEGUNDA APROXIMACIÓN: LA ELIMINACIÓN DE LA TERCERA ARMÓNICA

De todas las armónicas que se deseara eliminar, la tercera armónica tiene particular importancia:

a. Es la siguiente a pretender eliminar después de la segunda armónica.
b. Por su cercanía con la onda fundamental, es entre las armónicas impares la de mayor potencia.
c. Suele crear efectos indeseables cuando esté presente entre las corrientes de los transformadores trifásicos, y quiérase o no, aunque se utilice la señal generada por un UPS, parte de esta señal es inducida o llega a filtrarse a las líneas de distribución eléctrica, y necesariamente afecta a un transformador trifásico a distancia.

La solución a este problema es relativamente simple: Si se modifica una señal cuadrada para que durante el semiciclo positivo sólo conduzca una fracción de tiempo, y durante un lapso de tiempo se interrumpa el suministro, y se hace lo mismo (de forma simétrica) con el semiciclo negativo, un buen ajuste del tiempo durante el cual no se conduce ninguna señal lleva necesariamente a la eliminación de una armónica, al menos.

Para el caso de la tercera armónica, si un semiciclo representa 180°, sólo se debe dejar que se proporcione corriente durante 120°.

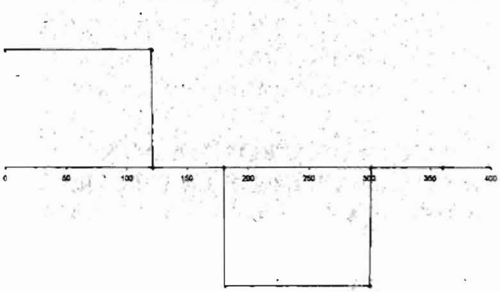


Figura 2.

Aunque la señal en el tiempo tiene bordes cuadrados, la tercera armónica ya no estará presente, y mientras se cumpla el principio de la EC, tampoco estarán presentes las armónicas pares. Con ello la armónica más cercana a la frecuencia fundamental será la cuarta armónica.

El único inconveniente de este recorte en el suministro de corriente es que la señal otorgada tendría menos potencia que otra de la misma amplitud pero que permitiera una conducción de 180°. La reducción para el caso sería de un tercio de la potencia. Aun así, este inconveniente puede compensarse con tan sólo buscar la manera de incrementar la amplitud de la señal a proporcionar a la carga.

V. TERCERA APROXIMACIÓN: LA ELIMINACIÓN DE DOS ARMÓNICAS SIMULTÁNEAMENTE

El intento por suprimir más de una armónica a la vez resulta más complicado. La idea más simple que podría concebir alguien sería combinar las señales de dos señales de pulsos conformados como en el caso anterior, uno en que se hubiera eliminado la tercera armónica y otro en que se hubiera eliminado la quinta. Sin embargo, esto no funcionaría, porque la eliminación de una sola armónica implica que al combinar ambas soluciones parciales vuelven a aparecer a la salida una o ambas armónicas eliminadas.

De aquí surge la necesidad de aplicar el método de muescas. Este consistiría en tomar una señal cuadrada normal y alterar la polaridad en ciertos intervalos, o en ciertos casos, anular toda señal en ciertos intervalos de tiempo, de tal forma que el resultado final sea la eliminación de al menos dos armónicas a la vez. Las armónicas a eliminar serían la tercera y la quinta.

Así pues hay dos variantes del método:

a) Por muescas bipolares. Ello implicaría crear una forma de onda en la que la señal se alterna entre la polaridad positiva y la negativa durante un semiciclo, al menos cinco veces, y recibir el mismo comportamiento durante el segundo semiciclo, pero con la polaridad cambiada. El patrón de comportamiento sería de acuerdo a la figura:

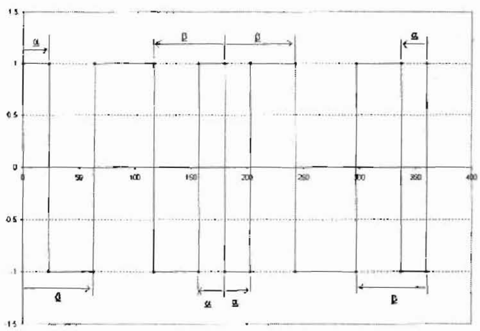


Figura 3

b) Por muescas unipolares en cada semiciclo. En este caso la señal se asumiría valores del máximo positivo o cero en cuatro ocasiones en el primer semiciclo, y valores del máximo negativo o cero en cuatro ocasiones en el segundo semiciclo. El patrón de comportamiento sería de acuerdo a la figura:

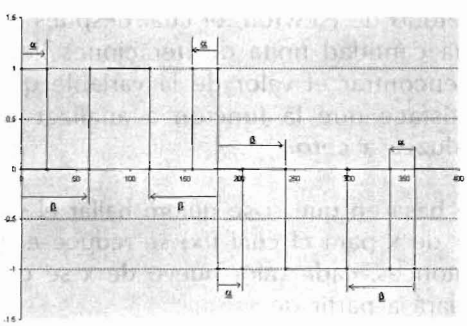
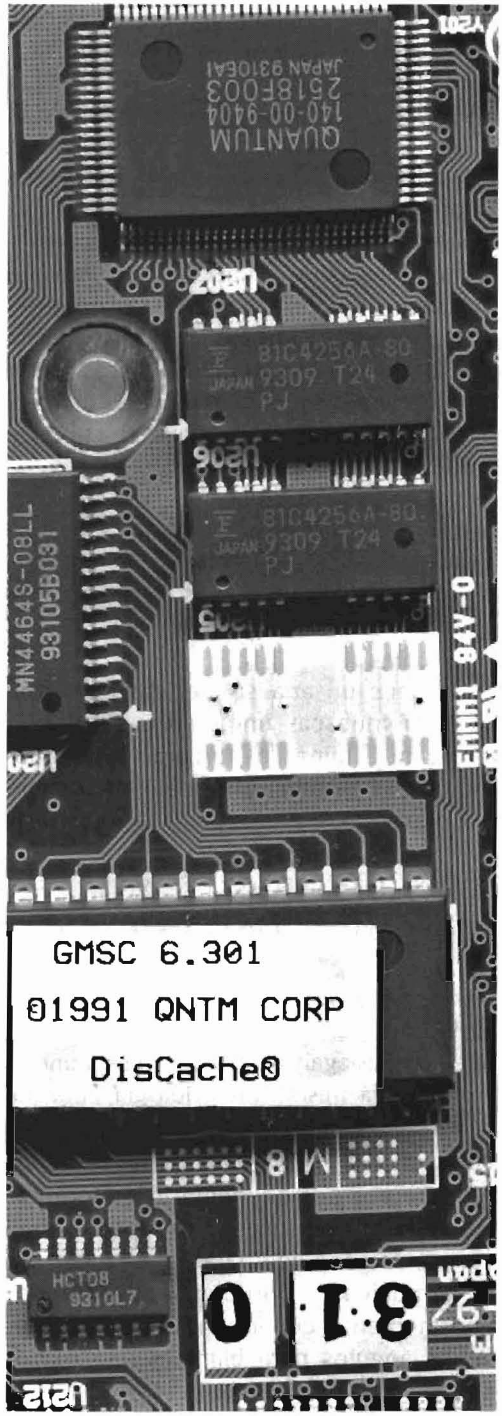


Figura 4

Cuando se hace un análisis de Fourier para estas formas de onda de la figura 3, se llega a que deben cumplirse los siguientes criterios:

a) Para que la tercera armónica sea nula debemos tener:

$$\cos(3\beta) - \cos(3\alpha) + 0.5 = 0 \qquad \text{Ec. 2}$$



b) Para que la quinta armónica sea nula debemos tener que:

$$\cos(5\beta) - \cos(5\alpha) + 0.5 = 0 \qquad \text{Ec. 3}$$

El problema consistirá en encontrar los valores de los ángulos que satisfagan ambas ecuaciones. Ya que se trata de un sistema no líneas de ecuaciones simultáneas, una alternativa para tratar de encontrar el valor correcto es por tanteo y aproximaciones sucesivas, pero esta técnica dista de ser muy eficiente. Sin embargo, luego de algunas iteraciones se llega a que se cumplen ambas ecuaciones cuando

$$\alpha = 23.62^\circ$$

$$\beta = 33.3^\circ$$

Si se hace un análisis del caso de control por muescas unipolares, se llega a que para eliminar las tercera y quinta armónica se deben satisfacer las siguientes ecuaciones

$$\cos(3\beta) - \cos(3\alpha) + 1 = 0 \qquad \text{Ec. 4}$$

$$\cos(5\beta) - \cos(5\alpha) + 1 = 0 \qquad \text{Ec. 5}$$

Esta vez, por el simple hecho de cambiar las ecuaciones, los valores de los ángulos que las satisfagan serán diferentes, aunque se utilice la misma metodología para hallarlos. Los valores que satisfacen las ecuaciones 4 y 5 son $\alpha = 17.83^\circ y\_\beta = 37.96^\circ$ Aunque por un rudimentario método de aproximaciones sucesivas es posible encontrar los ángulos para eliminar un par de armónicas, el problema se complica enormemente cuando hay que calcular varios ángulos para eliminar una mayor cantidad de armónicas.

VI. LA ELIMINACIÓN DE MÚLTIPLES ARMÓNICAS Y EL USO DEL JACOBIANO

Al pretender eliminar múltiples armónicas se llega a un punto en que hay que satisfacer varias ecuaciones no lineales simultáneas. Por efecto de la no linealidad de tales ecuaciones, no se puede rècurrir a las técnicas clásicas del álgebra lineal.

Así para cuatro armónicas tendríamos:

$$0.5 - \cos(3\alpha_1) + \cos(3\alpha_2) - \cos(3\alpha_3) + \cos(3\alpha_4) = 0 \qquad \text{Ec. 6}$$

$$0.5 - \cos(5\alpha_1) + \cos(5\alpha_2) - \cos(5\alpha_3) + \cos(5\alpha_4) = 0 \qquad \text{Ec. 7}$$

$$0.5 - \cos(7\alpha_1) + \cos(7\alpha_2) - \cos(7\alpha_3) + \cos(7\alpha_4) = 0 \qquad \text{Ec. 8}$$

$$0.5 - \cos(9\alpha_1) + \cos(9\alpha_2) - \cos(9\alpha_3) + \cos(9\alpha_4) = 0 \qquad \text{Ec. 9}$$

En el caso de que se pretenda usar el método de muescas con doble polaridad. Cuando se necesita resolver una ecuación no lineal, con una sola incógnita, un método popular es el del llamado método de Newton, el cual después de una cantidad finita de iteraciones lleva a encontrar el valor de la variable que satisface que la función a analizar se reduzca a cero.

Se basa en que si se quiere hallar el valor de x para el cual f(x) se reduce a 0, entonces, cada valor nuevo de x se calculará a partir de:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \qquad \text{Ec. 10}$$

Donde f'(x) es la derivada de f respecto de x.

Una forma de extender el método de Newton, al uso de múltiples variables y múltiples ecuaciones consiste en usar el Jacobiano.

En principio se plantearía que

$$f_1 = 0.5 - \cos(3\alpha_1) + \cos(3\alpha_2) - \cos(3\alpha_3) + \cos(3\alpha_4) \quad \text{Ec. 11}$$
$$f_2 = 0.5 - \cos(5\alpha_1) + \cos(5\alpha_2) - \cos(5\alpha_3) + \cos(5\alpha_4) \quad \text{Ec. 12}$$
$$f_3 = 0.5 - \cos(7\alpha_1) + \cos(7\alpha_2) - \cos(7\alpha_3) + \cos(7\alpha_4) \quad \text{Ec. 13}$$
$$f_4 = 0.5 - \cos(9\alpha_1) + \cos(9\alpha_2) - \cos(9\alpha_3) + \cos(9\alpha_4) \quad \text{Ec. 14}$$

Luego, habría que contar con un método iterativo que permita encontrar todos los valores de los ángulos que reduzcan f1, f2, f3 y f4 a cero.

La derivada de cada función f se podría aproximar a:

$$\Delta f_1 = 3seno(3\alpha_1)\Delta\alpha_1 - 3seno(3\alpha_2)\Delta\alpha_2 + 3seno(3\alpha_3)\Delta\alpha_3 - 3seno(3\alpha_4)\Delta\alpha_4 \quad \text{Ec. 15}$$
$$\Delta f_2 = 5seno(5\alpha_1)\Delta\alpha_1 - 5seno(5\alpha_2)\Delta\alpha_2 + 5seno(5\alpha_3)\Delta\alpha_3 - 5seno(5\alpha_4)\Delta\alpha_4 \quad \text{Ec. 16}$$
$$\Delta f_3 = 7seno(7\alpha_1)\Delta\alpha_1 - 7seno(7\alpha_2)\Delta\alpha_2 + 7seno(7\alpha_3)\Delta\alpha_3 - 7seno(7\alpha_4)\Delta\alpha_4 \quad \text{Ec. 17}$$
$$\Delta f_4 = 9seno(9\alpha_1)\Delta\alpha_1 - 9seno(9\alpha_2)\Delta\alpha_2 + 9seno(9\alpha_3)\Delta\alpha_3 - 9seno(9\alpha_4)\Delta\alpha_4 \quad \text{Ec. 18}$$

Donde todas las funciones seno que aparecen en las ecuaciones anteriores, corresponden a las derivadas parciales en cada una de las ecuaciones de la 11 a la 14.

Cuando se hace un arreglo matricial de las derivadas parciales de una serie de funciones respecto a sus variables dependientes, a este arreglo se le conoce como Jacobiano.

De ahí las ecuaciones anteriores se podrían plantear como:

$$\Delta f = J(f)\Delta\alpha \quad \text{Ec. 19}$$

Donde Δf corresponde al vector de las variaciones de las funciones f, $J(f)$ es el Jacobiano de las variables f, y $\Delta\alpha$ corresponde a las variaciones de las variables independientes, en este caso los ángulos que determinan la conformación de la forma de onda deseada.

De la ecuación 19 se puede deducir fácilmente que:

$$\Delta\alpha = (J(f))^{-1}\Delta f \quad \text{Ec. 20}$$

Esto nos lleva a que partiendo de un conjunto dado de ángulos se puede llegar a valores definidos del Jacobiano de f, y también a evaluar los valores del vector f. Ya que la variación deseada es de ir del valor actual de f a reducir a cero todos los valores de las variables f entonces

$$\Delta f = -f \quad \text{Ec. 21}$$

Luego, el vector de las variaciones de los ángulos tales que el vector f tienda a reducirse a cero sería:

$$\Delta\alpha = -(J(f))^{-1} f \quad \text{Ec. 22}$$

Esto conduce necesariamente a que todas las variaciones de los ángulos tendientes a reducir las funciones f a cero se pueden calcular a partir de la Ec. 22. Los nuevos valores de ángulo calculado no reducirán instantáneamente a 0 todas las funciones f, pero, a partir de ellos se puede repetir el mismo proceso un número suficiente de veces hasta que los valores del vector f sean despreciables.

CONCLUSIONES

Aunque el proceso descrito plantea una reducción de los armónicos en la forma de onda a suministrarse por un UPS, hay que plantear varios hechos innegables:

a) En la práctica no es necesario deducir la forma de eliminar armónicos más allá del onceavo, dado que cada armónico con un orden más elevado, tendrá una amplitud cada vez menor.

b) El control que dé forma al tipo de señal a suministrar por un UPS no es necesariamente complejo, por que los ángulos serán fijos, a menos que se desee incluir un control de potencia, para lo cual es más práctico usar tecnología PWM.

c) El uso del Jacobiano es viable mientras se pretendan eliminar más de tres armónicas, pero de hecho, esta técnica es extensible a cualquier problema que involucre resolver múltiples ecuaciones no lineales con múltiples incógnitas.

REFERENCIAS

[1] *Electrónica de potencia, circuitos, dispositivos y aplicaciones. Autor: Rashid, Mumamed H. Edit. Pearson, 3ª. edición, 2004.*

[2] *http://www.mathworld.wolfram.com/jacobian.html*